

**ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΑΙ ΤΑ ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ**

**Ερώτηση 1<sup>η</sup>**

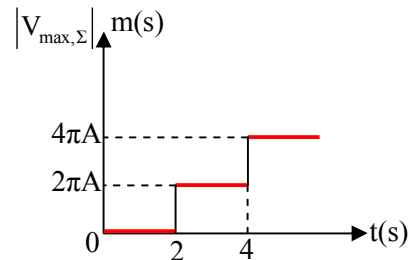
**A<sub>1</sub>.** Στην επιφάνεια υγρού που ηρεμεί δημιουργούνται δύο σύγχρονες πηγές παραγωγής αρμονικών κυμάτων Π<sub>1</sub> και Π<sub>2</sub>. Η απόσταση των δύο πηγών είναι d=0,5m. Τα κύματα θεωρούμε ότι διαδίδονται με σταθερό πλάτος και ταχύτητα v=4m/s. Η ελάχιστη τιμή της συχνότητας ταλάντωσης των πηγών, ώστε να παρατηρούνται ακίνητα σημεία στο ευθύγραμμο τμήμα Π<sub>1</sub>Π<sub>2</sub> είναι:

- α.** 8Hz                      **β.** 4Hz                      **γ.** 2Hz

**A<sub>2</sub>.** Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Ερώτηση 2<sup>η</sup>**

**B<sub>1</sub>.** Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα παράγονται από σύγχρονες πηγές Π<sub>1</sub> και Π<sub>2</sub> που αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή t=0 με εξίσωση  $y=A\mu 2\pi t$  (S.I) και διαδίδονται στην επιφάνεια υγρού. Τα κύματα συμβάλλουν σε σημείο Σ. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Σ μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο όπως στο διάγραμμα του σχήματος. Αν r<sub>1</sub> και r<sub>2</sub> οι αποστάσεις του σημείου Σ από τις πηγές Π<sub>1</sub> και Π<sub>2</sub> αντίστοιχα με r<sub>2</sub> > r<sub>1</sub> και λ το μήκος κύματος των κυμάτων τότε:



- α.** r<sub>2</sub> - r<sub>1</sub>=λ                      **β.** r<sub>2</sub> - r<sub>1</sub>=  $\frac{3\lambda}{2}$                       **γ.** r<sub>2</sub> - r<sub>1</sub>=2λ

**B<sub>2</sub>.** Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Ερώτηση 3<sup>η</sup>**

**Γ<sub>1</sub>.** Τρεις σηματοδότες Α, Β, Γ αποτελούν τις κορυφές του "Ολυμπιακού Ιστιοπλοϊκού Τριγώνου" που είναι σκαληνό και ισορροπούν στην επιφάνεια της θάλασσας. Εάν οι σηματοδότες Α και Β γίνουν σύγχρονες πηγές εγκαρσίων κυμάτων πλάτους α, τότε η σηματοδότη Γ βρίσκεται στην δεύτερη υπερβολή αποσβεστικής συμβολής από τη μεσοκάθετο της ΑΒ. Εάν οι σηματοδότες Α και Γ γίνουν σύγχρονες πηγές εγκαρσίων κυμάτων πλάτους α, τότε η σηματοδότη Β βρίσκεται στην πρώτη υπερβολή αποσβεστικής συμβολής από την μεσοκάθετη στην ΑΓ. Εάν οι σηματοδότες Β και Γ γίνουν σύγχρονες πηγές εγκαρσίων κυμάτων πλάτους α, τότε η σηματοδότη Α έχει πλάτος ταλάντωσης.

- α.** 2α                      **β.** 0                      **γ.** α

**Γ<sub>2</sub>.** Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

Δίνεται ότι τα πλάτη των εγκαρσίων αρμονικών κυμάτων που παράγονται παραμένουν σταθερά κατά την διάδοσή τους στην επιφάνεια της θάλασσας.

**Ερώτηση 4<sup>η</sup>**

**Δ<sub>1</sub>.** Μία από τις τέσσερις χορδές ενός βιολιού – η Α – μήκους L=32cm έχει τονισθεί, ώστε ελεύθερη να παράγει ήχο συχνότητας f<sub>1</sub>=440Hz. Δηλαδή η συχνότητα αυτή παράγεται όταν η χορδή ταλαντώνεται χωρίς ο βιολιστής να τοποθετεί το δάχτυλό του πάνω στη χορδή. Αν θεωρήσουμε ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων (d) των σημείων που τοποθετεί το δάχτυλό του ο βιολιστής, το άκρο Δ<sub>1</sub> της χορδής που βρίσκεται προς το μέρος των κλειδιών όπου d=0, τότε στο άλλο άκρο Δ<sub>2</sub>, που είναι στερεωμένο στη γέφυρα, αντιστοιχεί απόσταση d=32cm. Για να παραχθεί ήχος συχνότητας f<sub>2</sub>=1760Hz, ο βιολιστής πρέπει να τοποθετήσει το δάχτυλό του σε σημείο της χορδής όπου η απόσταση d είναι ίση με:

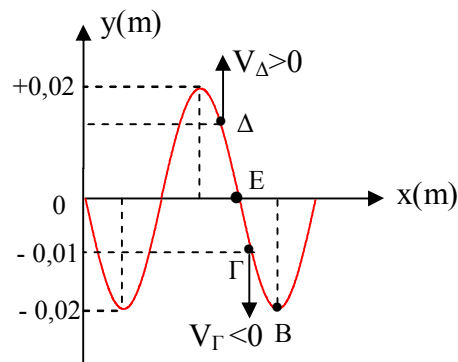
- α.** 24 cm                      **β.** 16cm                      **γ.** 8cm.

**Δ<sub>2</sub>.** Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

**Ερώτηση 5<sup>η</sup>**

**Ε<sub>1</sub>.** Στο διάγραμμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο ενός ελαστικού μέσου Οx για κάποια χρονική στιγμή. Τα σημεία Γ και Δ έχουν τις ταχύτητες του σχήματος.

- α.** Το στιγμιότυπο του διαγράμματος αντιστοιχεί σε τρέχον αρμονικό κύμα.  
**β.** Το στιγμιότυπο του διαγράμματος αντιστοιχεί σε στάσιμο κύμα, στο οποίο το σημείο Β είναι κοιλία και ταλαντώνεται με πλάτος 0,02m.  
**γ.** Τα σημεία Γ και Δ παρουσιάζουν διαφορά φάσης



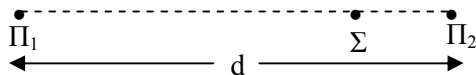
Δφ = π rad

**Ε<sub>2</sub>.** Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

A<sub>1</sub>. β

A<sub>2</sub>.



Έστω Σ ένα σημείο του ευθύγραμμου τμήματος Π<sub>1</sub>, Π<sub>2</sub> που μετά την συμβολή των δύο αρμονικών κυμάτων που παράγουν οι πηγές Π<sub>1</sub> και Π<sub>2</sub> παραμένει ακίνητο.

Από τη συνθήκη αποσβεστικής συμβολής:

$$(\Pi_1\Sigma) - (\Pi_2\Sigma) = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \text{ με } N=0,1,2\dots$$

$$\Rightarrow (\Pi_1\Sigma) - (\Pi_2\Sigma) = (2N + 1) \frac{v}{2f} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = \frac{(2N + 1)v}{2[(\Pi_1\Sigma) - (\Pi_2\Sigma)]} \quad (1).$$

Όπου v: η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων.

Από την (1) προκύπτει ότι για να είναι ελάχιστη η τιμή της f πρέπει N=0 (2) και η διαφορά (Π<sub>1</sub>Σ) - (Π<sub>2</sub>Σ) να είναι μέγιστη. Η μέγιστη τιμή της διαφοράς (Π<sub>1</sub>Σ) - (Π<sub>2</sub>Σ) είναι d, δηλαδή όταν το σημείο Σ βρεθεί στις θέσεις Π<sub>1</sub> ή Π<sub>2</sub>. Άρα [(Π<sub>1</sub>Σ) - (Π<sub>2</sub>Σ)]<sub>max</sub> = d (3)

$$\text{Από (1)} \xrightarrow{(2)} \xrightarrow{(3)} f_{\min} = \frac{v}{2d} \Rightarrow f_{\min} = 4\text{HZ}.$$

Στην περίπτωση αυτή τα μόνα ακίνητα σημεία που παρατηρούνται στο ευθύγραμμο τμήμα Π<sub>1</sub>, Π<sub>2</sub> είναι τα Π<sub>1</sub> και Π<sub>2</sub>.

B<sub>1</sub>. γ

B<sub>2</sub>. Από το διάγραμμα προκύπτει ότι το σημείο Σ αρχίζει να ταλαντώνεται, υπό την επίδραση του κύματος που προέρχεται από την πηγή Π<sub>1</sub>, τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{r_1}{v} = 2\text{s} \Rightarrow r_1 = vt_1$  (1) με μέγιστη τιμή

ταχύτητας  $|V_{\max}|_{\Sigma} = \omega A = 2\pi A$ , και πλάτος ταλάντωσης A. Αντίστοιχα το κύμα από την πηγή Π<sub>2</sub> φθάνει

στο σημείο Σ τη χρονική στιγμή  $t_2 = \frac{r_2}{v} = 4\text{s} \Rightarrow r_2 = vt_2$  (2). Από το διπλασιασμό της μέγιστης τιμής της

ταχύτητας ταλάντωσης τη χρονική στιγμή  $t_2$ ,  $|V'_{\max}|_{\Sigma} = \omega |A'_{\Sigma}| = 2\pi \cdot 2A$  συμπεραίνουμε ότι το πλάτος ταλάντωσης του Σ διπλασιάστηκε, δηλαδή  $|A'_{\Sigma}| = 2A$ . Άρα τα δύο κύματα συμβάλλουν στο Σ ενισχυτικά:

$$r_2 - r_1 = 2N \frac{\lambda}{2} \xrightarrow{(1)} \xrightarrow{(2)} v(t_2 - t_1) = N \frac{v}{f} \Rightarrow 2v = N \frac{v}{f} \Rightarrow N = 2f \quad (4)$$

$$\text{Αλλά } \omega = 2\pi f \Rightarrow 2\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 1\text{Hz} \quad (5)$$

$$\text{Από (4) και (5) : } N = 2 \quad (6)$$

$$\text{Άρα από (3) και (6) : } r_2 - r_1 = 2\lambda$$

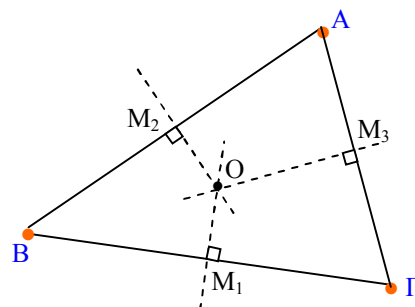
Γ<sub>1</sub>. α

Γ<sub>2</sub>. Εφ' όσον η σηματοδούρα Γ βρίσκεται στην δεύτερη υπερβολή αποσβεστικής συμβολής από τη μεσοκάθετο της AB:

$$(B\Gamma) - (A\Gamma) = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \xrightarrow{N=1} (B\Gamma) - (A\Gamma) = \frac{3\lambda}{2} \quad (1).$$

Αντίστοιχα επειδή η σηματοδούρα B βρίσκεται στην πρώτη υπερβολή αποσβεστικής συμβολής από τη μεσοκάθετο της ΑΓ :

$$(ΓB) - (AB) = (2N + 1) \frac{\lambda}{2} \xrightarrow{N=0} (ΓB) - (AB) = \frac{\lambda}{2} \quad (2)$$



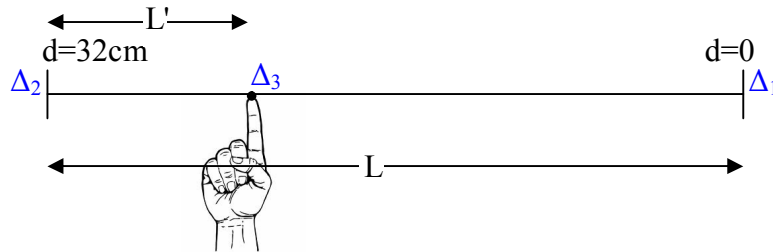
Αφαιρούμε τις (1) και (2) κατά μέλη:

$$(AB)-(AΓ)=\frac{2\lambda}{2}=\lambda$$

Άρα στη θέση της σηματοδούρας Γ δημιουργείται ενισχυτική συμβολή και η σηματοδούρα ταλαντώνεται με πλάτος  $2a$ .

**Δ<sub>1</sub>. α**

**Δ<sub>2</sub>.**



Όταν η χορδή Α (Λα) του βιολιού ταλαντώνεται χωρίς ο βιολιστής να έχει τοποθετήσει το δάχτυλό του σ' αυτή, η συχνότητα  $f_1=440\text{Hz}$  που παράγεται, αντιστοιχεί σε στάσιμο κύμα με δύο δεσμούς ( $\Delta_1, \Delta_2$ ) στα άκρα της χορδής. Άρα  $L=\frac{\lambda}{2} \Rightarrow L=\frac{v}{2f_1} \Rightarrow f_1=\frac{v}{2L}$  (1).

Επειδή η χορδή έχει τονιστεί (κουρδιστεί) για να παράγει ήχο συχνότητας  $f_1=440\text{Hz}$ , για να αλλάξει η συχνότητα του ήχου που παράγεται, πρέπει ο βιολιστής να τοποθετήσει το δάχτυλό του σε κατάλληλο σημείο της χορδής, το οποίο γίνεται δεσμός καθώς «αλλάζει» το μήκος της χορδής. Αν ο βιολιστής τοποθετήσει το δάχτυλό του στο σημείο  $\Delta_3$  (δεσμός) του σχήματος, τότε:

$$L'=\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow L'=\frac{v}{2f_2} \Rightarrow f_2=\frac{v}{2L'}$$
 (2).

Από τη διαίρεση των (1) και (2):  $\frac{f_1}{f_2}=\frac{\frac{v}{2L}}{\frac{v}{2L'}} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2}=\frac{L'}{L} \Rightarrow \frac{440}{1760}=\frac{L'}{32} \Rightarrow L'=8\text{cm}$  (3).

Άρα ο βιολιστής πρέπει να τοποθετήσει το δάχτυλό του σε σημείο  $\Delta_3$  που απέχει από το άκρο  $\Delta_1$  της χορδής απόσταση  $d=L-L' \Rightarrow d=24\text{cm}$ .

**Ε<sub>1</sub>. γ**

**Ε<sub>2</sub>.** Το στιγμιότυπο του διαγράμματος δεν μπορεί να αντιστοιχεί σε τρέχον αρμονικό κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά (θετική φορά του  $Ox$ ), διότι σε αυτή την περίπτωση θα έπρεπε  $V_\Gamma > 0$ . Αντίστοιχα δεν μπορεί να αντιστοιχεί σε τρέχον αρμονικό κύμα που διαδίδεται προς τα αριστερά (αρνητική φορά του  $Ox$ ), διότι σε αυτή την περίπτωση θα έπρεπε  $V_\Delta < 0$ . Το στιγμιότυπο επομένως αντιστοιχεί σε στάσιμο κύμα. Όμως, στο στάσιμο κύμα όλα τα σημεία που ταλαντώνονται – εκτός των δεσμών – την ίδια χρονική στιγμή έχουν ή δεν έχουν ταχύτητα. Άρα αφού τα Γ και Δ έχουν ταχύτητα, θα έχει και το Β. Η απομάκρυνση του Β είναι  $y_B=0,02\text{m}$ , αλλά δεν είναι η μέγιστη, εφ' όσον το Β έχει ταχύτητα. Το Β είναι κοιλία ως έχουν την μεγαλύτερη στιγμιαία απομάκρυνση (κατ' απόλυτη τιμή), αλλά το πλάτος ταλάντωσης του είναι μεγαλύτερο από  $2 \cdot 10^{-2}\text{m}$ . Το σημείο Ε είναι δεσμός, άρα τα Γ και Δ που βρίσκονται εκατέρωθεν του Ε και απέχουν από αυτό απόσταση μικρότερη από  $\frac{\lambda}{2}$ , παρουσιάζουν διαφορά φάσης  $\Delta\phi = \pi\text{rad}$ .