

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΤΗΝ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Ερώτηση 1^η

A₁. Στο κύκλωμα του σχήματος ο μεταβλητός πυκνωτής έχει φορτιστεί με φορτίο Q . Τη χρονική στιγμή $t=0$ κλείνουμε τον διακόπτη (δ) και το κύκλωμα εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση σύμφωνα με τις σχέσεις $q=Q\sin\omega t$ και $i=-I\eta\mu\omega t$.

Τη χρονική στιγμή $t=\frac{3T}{4}$, όπου T η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης,

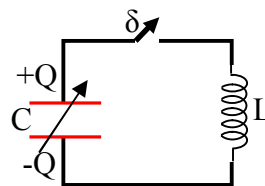
διπλασιάζουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή, το πλάτος του φορτίου

α. παραμένει αμετάβλητο.

β. γίνεται ίσο με $\sqrt{2}$ φορές την αρχική του τιμή.

γ. γίνεται ίσο με $\frac{1}{\sqrt{2}}$ φορές την αρχική του τιμή.

A₂. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



B₁. Στο κύκλωμα του σχήματος ο μεταβλητός πυκνωτής έχει φορτιστεί με φορτίο Q . Τη χρονική στιγμή $t=0$ κλείνουμε τον διακόπτη (δ) και το κύκλωμα εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση σύμφωνα με τις σχέσεις $q=Q\sin\omega t$ και $i=-I\eta\mu\omega t$.

Τη χρονική στιγμή $t=\frac{3T}{2}$, όπου T η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης,

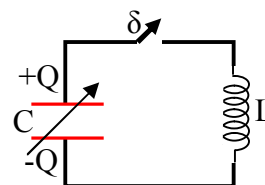
διπλασιάζουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή, η μέγιστη τιμή (πλάτος) του ρεύματος

α. παραμένει αμετάβλητη.

β. γίνεται ίση με $\sqrt{2}$ φορές την αρχική της τιμή.

γ. γίνεται ίση με $\frac{1}{\sqrt{2}}$ φορές την αρχική της τιμή.

B₂. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



Γ₁. Το κύκλωμα του σχήματος αποτελείται από πηγή συνεχούς ηλεκτρικού ρεύματος με Η.Ε.Δ $E=50V$ και εσωτερική αντίσταση $r \neq 0$. Ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C και το πηνίο παρουσιάζει συντελεστή αυτεπαγωγής $L=1H$.

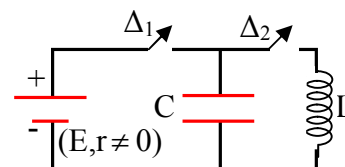
Κλείνουμε το διακόπτη Δ_1 , ενώ ο διακόπτης Δ_2 είναι ανοικτός. Όταν ολοκληρωθεί η φόρτιση του πυκνωτή, ανοίγουμε τον διακόπτη Δ_1 και ταυτόχρονα κλείνουμε το διακόπτη Δ_2 οπότε το κύκλωμα $L-C$ που

δημιουργείται εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο $T=2\pi \cdot 10^{-3} s$. Το ποσό της ενέργειας που καταναλώνεται στην εσωτερική αντίσταση της πηγής, μέχρι να ολοκληρωθεί η φόρτιση του πυκνωτή είναι:

α. $5 \cdot 10^3 J$

β. $10 \cdot 10^3 J$

γ. $20 \cdot 10^3 J$

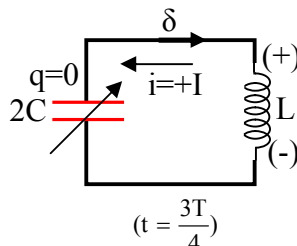
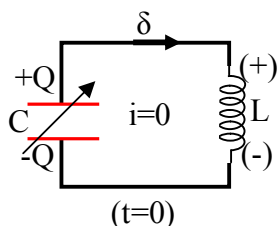


Γ₂. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απαντήσεις

A₁. β

A₂.



Τη χρονική στιγμή $t = \frac{3T}{4}$ το φορτίο του πυκνωτή είναι $q = Q \sin \omega \frac{3T}{4} \Rightarrow q = Q \sin \frac{3\pi}{2} \Rightarrow q = 0$.

Άρα, η αρχική (μέγιστη) ενέργεια του πυκνωτή που $U_{Cmax} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ έχει μετατραπεί πλήρως σε ενέργεια

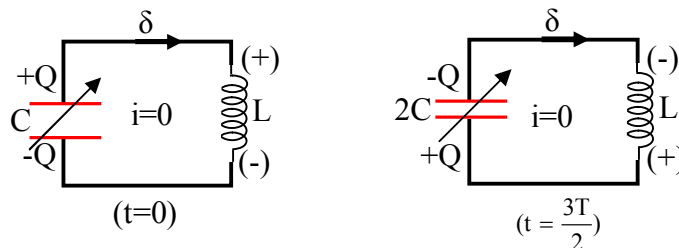
(μέγιστη) μαγνητικού πεδίου στο πηνίο, $U_{Lmax} = \frac{1}{2} LI^2$. Ο διπλασιασμός της χωρητικότητας του πυκνωτή προκαλεί αλλαγή της αρχικής τιμής της γωνιακής συχνότητας της ηλεκτρικής ταλάντωσης από $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (1) σε $\omega' = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$ (2). Από $\Rightarrow \omega' = \frac{\omega}{\sqrt{2}}$ (3).

Τη χρονική στιγμή που αλλάζει η χωρητικότητα του πυκνωτή ($t = \frac{3T}{4}$) το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο είναι

$i = -I \sin \omega \frac{3T}{4} \Rightarrow i = -I \sin \frac{3\pi}{2} \Rightarrow i = +I$, δηλαδή έχει μέγιστη ένταση και δεν μεταβάλλεται λόγω φαινομένου αυτεπαγωγής στο πηνίο. Άρα, $I = Q\omega$ (4), αλλά και $I = Q'\omega'$ (5), όπου Q' = το πλάτος του φορτίου στη νέα ηλεκτρική ταλάντωση που θα εκτελέσει το κύκλωμα μετά το διπλασιασμό της χωρητικότητας του πυκνωτή.

Από (4) και (5) προκύπτει: $Q' = \frac{Q\omega}{\omega'} \Rightarrow Q' = Q\sqrt{2}$.

B₁. γ
B₂.



Τη χρονική στιγμή $t = \frac{3T}{2}$ το φορτίο του πυκνωτή είναι $q = Q \sin \omega \frac{3T}{2} \Rightarrow q = Q \sin 3\pi \Rightarrow q = -Q$.

Άρα η ενέργεια του πυκνωτή είναι μέγιστη $U_{Cmax} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$, η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο

είναι μηδέν $U_L = 0$. Επομένως και το ρεύμα είναι μηδέν $i = 0$. Ο διπλασιασμός της χωρητικότητας του πυκνωτή προκαλεί αλλαγή της αρχικής τιμής της γωνιακής συχνότητας της ηλεκτρικής ταλάντωσης από

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (1) σε $\omega' = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$ (2). Από $\Rightarrow \omega' = \frac{\omega}{\sqrt{2}}$ (3).

Τη χρονική στιγμή που αλλάζει η χωρητικότητα του πυκνωτή ($t = \frac{3T}{2}$), το φορτίο Q παραμένει αμετάβλητο

στους οπλισμούς του «νέου» πυκνωτή διπλάσιας χωρητικότητας, με αποτέλεσμα να μεταβάλλεται το μέγιστο ρεύμα I' (πλάτος του ρεύματος) στη νέα ηλεκτρική ταλάντωση που θα εκτελέσει το κύκλωμα:

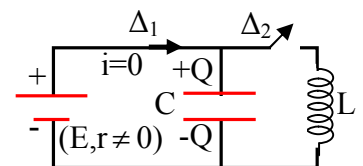
$I' = Q\omega' \Rightarrow I' = Q \frac{\omega}{\sqrt{2}} \Rightarrow I' = \frac{I}{\sqrt{2}}$.

Γ₁. α

Γ₂. Όταν κλείνουμε το διακόπτη Δ_1 , αρχίζει η διαδικασία φόρτωσης του πυκνωτή, η οποία ολοκληρώνεται, όταν η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή V_C γίνει $V_C = E$, τότε το ρεύμα μηδενίζεται $i = 0$, ο πυκνωτής έχει

αποταμιεύσει ενέργεια $U_C = \frac{1}{2} CE^2$ (1) και η πηγή έχει προσφέρει στο κύκλωμα

ενέργεια $W_{πηγής}$.



Το φορτίο που διακίνησε στο κύκλωμα η πηγή, μέχρι να ολοκληρωθεί η φόρτιση του πυκνωτή, είναι όσο και το φορτίο του πυκνωτή στο τέλος της φόρτισής του, δηλαδή $Q=CE$ (2).

Η ενέργεια που προσέφερε η πηγή **υπολογίζεται από τη σχέση – ορισμό της Η.Ε.Δ ηλεκτρικής πηγής**:

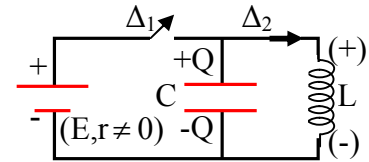
$$E = \frac{W_{\text{πηγής}}}{Q} \Rightarrow W_{\text{πηγής}} = EQ \stackrel{(2)}{\Rightarrow} W_{\text{πηγής}} = CE^2 \quad (3).$$

Από τη Διατήρηση της Ενέργειας στο κύκλωμα φόρτισης του πυκνωτή έχουμε:

$$W_{\text{πηγής}} = U_C + W_r \Rightarrow W_r = W_{\text{πηγής}} - U_C \stackrel{(1),(3)}{\Rightarrow} W_r = \frac{1}{2} CE^2 \quad (4)$$

Όταν ανοίγουμε το διακόπτη Δ_1 και ταυτόχρονα κλείνουμε το διακόπτη Δ_2 , το κύκλωμα που σχηματίζεται εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow 4\pi \cdot 10^{-3} = 2\pi\sqrt{L \cdot C} \Rightarrow C = 4 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ (5).

$$\stackrel{(5)}{\text{Από (4)}} \Rightarrow W_r = 5 \cdot 10^{-3} \text{ J}.$$



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Ο υπολογισμός της ενέργειας που καταναλώθηκε στην εσωτερική αντίσταση r της πηγής, έγινε μ' ένα απλό και κοινό τρόπο που βασίστηκε στη χρήση μιας γενικής αρχής, όπως είναι αυτή της Διατήρησης της Ενέργειας και την επίκληση ενός ορισμού, αυτού της Η.Ε.Δ πηγής, που οδήγησαν στον έμμεσο υπολογισμό της ζητούμενης ενέργειας.

Σε άλλη περίπτωση ο άμεσος υπολογισμός της ενέργειας απαιτεί τη χρήση ολοκληρώματος, διότι το ρεύμα που διαρρέει την εσωτερική αντίσταση είναι μεταβλητής έντασης.

2. Όταν ολοκληρώνεται η διαδικασία φόρτισης του πυκνωτή, η ενέργεια που έχει αποταμιευθεί στο

ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή είναι $U_C = \frac{1}{2} CE^2$, όση και η ενέργεια που καταναλώθηκε στην εσωτερική

αντίσταση r της πηγής $W_r = \frac{1}{2} CE^2$. Η ισότητα των δύο ενεργειών ισχύει ανεξάρτητα από τις τιμές των E , r και C .

3. Για τις ανάγκες των δύο πρώτων θεωρητικών ερωτήσεων, θεωρήθηκε ότι η μεταβολή της χωρητικότητας του πυκνωτή έγινε «στιγμιαία».