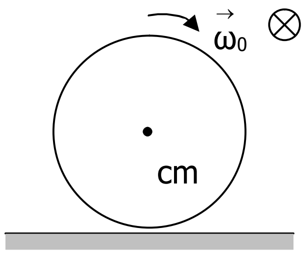
# <u>3 ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (2)</u>

## Ερώτηση 1η




Ομογενής τροχός μάζας m και ακτίνας R που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_0$ τοποθετείται σε οριζόντιο δάπεδο χωρίς το κέντρο μάζας του να έχει αρχική ταχύτητα.

**$A_1$.** Αν το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο και ο τροχός κινείται χωρίς να παραμορφώνεται, τότε:

**α.** ο τροχός αρχίζει αμέσως να κυλίεται χωρίς ολίσθηση.

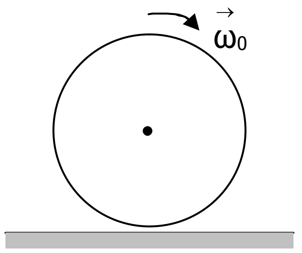
**β.** ο τροχός εκτελεί σύνθετη κίνηση που μπορεί να αναλυθεί σε μία μεταφορική κίνηση και μία περιστροφική περί άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας και είναι κάθετος στο επίπεδο περιστροφής.

**γ.** ο τροχός θα παραμείνει στην ίδια θέση και θα περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_0$.

**$A_2$.** Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας.

Να θεωρήσετε ότι ο τροχός κατά την κίνησή του δεν παραμορφώνεται.

## Ερώτηση 2η




**$B_1$.** Στο προηγούμενο θέμα, αν το οριζόντιο δάπεδο παρουσιάζει πολύ μεγάλο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = \mu_{ολ} = \mu_{στ,\, ορ}$ $(\mu \rightarrow \infty)$, τότε:

**α.** ο τροχός ακινητοποιείται αμέσως μετά την επαφή του με το οριζόντιο δάπεδο.

**β.** ο τροχός αμέσως μετά την επαφή του με το οριζόντιο δάπεδο εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση.

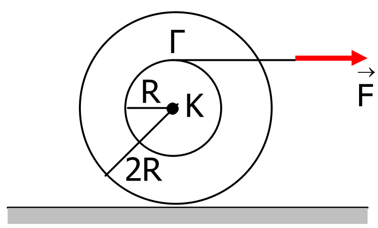
**γ.** ο τροχός αμέσως μετά την επαφή του με το οριζόντιο δάπεδο παύει να περιστρέφεται και εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.

**$B_2$.** Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας.

Δίνεται η ροπή αδρανείας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_{cm}=\frac{1}{2}mR^2$.

Να θεωρήσετε ότι ο τροχός κατά την κίνησή του δεν παραμορφώνεται.

## Ερώτηση 3η



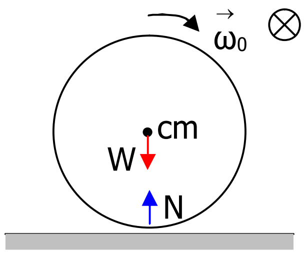

Στερεό σώμα που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους ακτίνων 2R και R κυλίεται χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα υ. Μία από τις δυνάμεις που επιδρούν τελικά στο σώμα, είναι και η δύναμη F που έχει σταθερό μέτρο και ασκείται στο άκρο αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στη περιφέρεια του κυλίνδρου ακτίνας R και παραμένει διαρκώς οριζόντιο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το κέντρο μάζας Κ του στερεού έχει μετατοπιστεί κατά x, το έργο της δύναμης F είναι:

**$\Gamma_1$. α.** $W_F= Fx$ **β.** $W_F= 2Fx$ **γ.** $W_F= \frac{3}{2}Fx$

**$\Gamma_2$.** Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας.

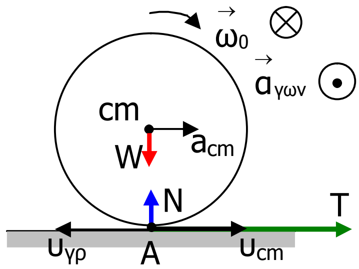
## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

**Α₁. γ**




**Α₂.** Στην οριζόντια διεύθυνση, ο τροχός δε δέχεται την επίδραση κάποιας δύναμης, δηλαδή $\Sigma F_x=0 \Rightarrow a_{cm}=0$. Επειδή όταν τοποθετούμε το δίσκο στο οριζόντιο δάπεδο δεν έχει μεταφορική ταχύτητα, δεν αναπτύσσει μεταφορική κίνηση.
Επίσης $\Sigma\tau_{(cm)}=0 \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu}=0$, άρα ο τροχός θα συνεχίσει να περιστρέφεται με την αρχική του γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_0$ παραμένοντας στην ίδια θέση.

**Β₁. β**




**Β₂.** Στην οριζόντια διεύθυνση ο τροχός δέχεται δύναμη τριβής με φορά προς τα δεξιά ώστε να αντιδρά στη σχετική κίνηση τροχού – δαπέδου.
$\Sigma F_y=0 \Rightarrow mg=N$ (1)
Για τη μεταφορική κίνηση του τροχού:
$\Sigma F_x=ma_{cm} \Rightarrow T=ma_{cm} \Rightarrow \mu N=ma_{cm} \overset{(1)}{\Rightarrow} a_{cm}=\mu g$ (2). Αλλά $\mu \to \infty$, δηλαδή η σταθερή μεταφορική επιτάχυνση που αποκτά ο τροχός καθώς εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, είναι πάρα πολύ μεγάλη.

$$u_{cm}=a_{cm}t \Rightarrow t=\frac{u_{cm}}{a_{cm}} \quad (3)$$

Για την περιστροφική κίνηση του τροχού:

$$\Sigma\tau_{(cm)}=I_{cm}a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu}=\frac{TR}{\frac{1}{2}mR^2} \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu}=\frac{2T}{mR} \overset{(1)}{\Rightarrow} a_{\gamma\omega\nu}=\frac{2\mu g}{R} \quad (4)$$

, αλλά $\mu \to \infty$, δηλαδή η σταθερή γωνιακή επιτάχυνση (επιβράδυνση) που αποκτά ο τροχός καθώς εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη περιστροφική κίνηση, είναι πάρα πολύ μεγάλη.

$$\omega=\omega_0-a_{\gamma\omega\nu}t \overset{(3)}{\Rightarrow} \omega=\omega_0-\frac{2\mu g}{R}t \quad (5)$$

Στο σημείο Α η αυξανόμενη ταχύτητα της μεταφορικής κίνησης θα εξισωθεί με την ελαττούμενη γραμμική ταχύτητα της περιστροφικής κίνησης σε χρόνο:

$u_{cm}=u_{\gamma\rho} \Rightarrow a_{cm}t=\omega R \underset{(5)}{\overset{(2)}{\Rightarrow}} \mu g t=\omega_0 R-2\mu g t \Rightarrow t=\frac{\omega_0 R}{3\mu g}$, αλλά $\mu \to \infty$, άρα $t \to 0$. Δηλαδή ο τροχός αμέσως μόλις τοποθετηθεί στο οριζόντιο δάπεδο αρχίζει να εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση.

**Γ₁. γ**

**Γ₂.** Επειδή το στερεό σώμα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα υ, έχουμε $u=u_{cm}=\omega 2R=\sigma\tau\alpha\theta.$ (1) όπου ω= η γωνιακή ταχύτητά του.
Όταν το κέντρο μάζας Κ μετατοπίζεται κατά x, $x=u_{cm}t \Rightarrow x=ut$ (2), η μετατόπιση του σημείου εφαρμογής Γ της δύναμης F είναι $x_\Gamma=u_\Gamma t \Rightarrow x_\Gamma=(u_{cm}+\omega R)t \overset{(1)}{\Rightarrow} x_\Gamma=(u+\frac{u}{2R}R)t \Rightarrow$

$$x_\Gamma=\frac{3}{2}ut \overset{(2)}{\Rightarrow} x_\Gamma=\frac{3}{2}x \quad (3).$$

Το έργο της δύναμης F είναι: $W_F=Fx_\Gamma \overset{(3)}{\Rightarrow} W_F=\frac{3}{2}Fx$.

**Ξ. Στεργιάδης**