ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
2010 - 2011

ΖΗΤΗΜΑ 1^{o}

Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής 1-4 να γράψετε τον αριθμό της ερώτησης και δεξιά από αυτόν το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Μια ακτίνα μονοχρωματικού φωτός προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων Α και Β κινούμενη από το μέσο Α (n_A) προς το μέσο Β (n_B). Αν για τους δείκτες διάθλασης ισχύει: $n_A>n_B$:
α. Η ακτίνα διαθλάται όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι μεγαλύτερη της κρίσιμης γωνίας .
β. Η ακτίνα υφίσταται ολική ανάκλαση όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι μικρότερη της κρίσιμης γωνίας.
γ. Η ακτίνα διαθλάται όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι μικρότερη της κρίσιμης γωνίας .
δ. Η ακτίνα υφίσταται ολική ανάκλαση όταν η γωνία πρόσπτωσης είναι 90^{o}.

(Μονάδες 5)

2. Το πλάτος μιας εξαναγκασμένης μηχανικής ταλάντωσης:
α. αυξάνεται διαρκώς καθώς αυξάνεται η συχνότητα του διεγέρτη
β. για συχνότητες διεγέρτη μεγαλύτερες της συχνότητας όπου παρατηρείται συντονισμός, παραμένει σταθερό
γ. δεν εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη
δ. μπορεί να έχει την ίδια τιμή για διαφορετικές τιμές της συχνότητας του διεγέρτη.

(Μονάδες 5)

3. Η κινητική ενέργεια της περιστροφικής κίνησης στερεού σώματος Κ συνδέεται με τη ροπή αδρανείας Ι και το μέτρο της στροφορμής L του σώματος ως προς τον ίδιο άξονα περιστροφής με τη σχέση:

α. $K=\frac{L^2}{2I}$ **β.** $K=\frac{LI}{2}$ **γ.** $K=\frac{I^2}{2L}$ **δ.** $K=\frac{1}{2}I\cdot L^2$ **(Μονάδες 5)**

4. Στο σχήμα φαίνεται μια ηχητική πηγή S και ένας παρατηρητής Α που απομακρύνονται μεταξύ τους με σταθερές ταχύτητες $\vec{u}_S$ και $\vec{u}_A$ αντίστοιχα. Αν η πηγή, όταν είναι ακίνητη, εκπέμπει ηχητικά κύματα μήκους κύματος λ_S και συχνότητας f_S, τότε ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο:
α. συχνότητας $f_A<f_S$ στον οποίο αντιστοιχεί μήκος κύματος $\lambda_A<\lambda_S$.
β. συχνότητας $f_A>f_S$ στον οποίο αντιστοιχεί μήκος κύματος $\lambda_A>\lambda_S$.
γ. συχνότητας $f_A<f_S$ στον οποίο αντιστοιχεί μήκος κύματος $\lambda_A>\lambda_S$.
δ. συχνότητας $f_A>f_S$ στον οποίο αντιστοιχεί μήκος κύματος $\lambda_A<\lambda_S$.

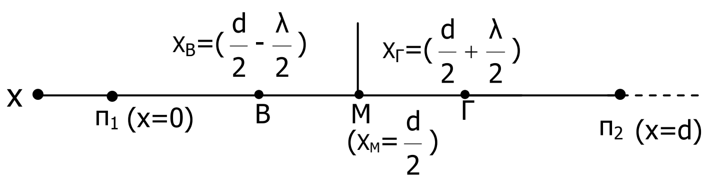
(Μονάδες 5)

5. Να γράψετε για τις παρακάτω προτάσεις το γράμμα της κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό,** για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος,** για τη λανθασμένη.
α. Σε μία χορδή, στην οποία έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, δύο διαδοχικές κοιλίες έχουν κάθε χρονική στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις..
β. Κατά την επιλογή σταθμού στο ραδιόφωνο η ηλεκτρική ταλάντωση είναι φθίνουσα.
Γ. Σε φθίνουσα μηχανική ταλάντωση η αύξηση της σταθεράς απόσβεσης b προκαλεί αύξηση του ρυθμού ελάττωσης της ενέργειας της ταλάντωσης.
Δ. Ο θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης ισχύει μόνο, αν ο άξονας περιστροφής του στερεού σώματος παραμένει ακίνητος.
Ε. Φορτία που κινούνται με σταθερή ταχύτητα μπορούν να δημιουργήσουν ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

(Μονάδες 5)

ΖΗΤΗΜΑ 2^{o}

Α$_1$.Στην επιφάνεια νερού που ηρεμεί και πάνω στην ευθεία xx′ δημιουργούνται δύο σύγχρονες πηγές παραγωγής αρμονικών κυμάτων που ταλαντώνονται σύμφωνα με την εξίσωση y=Αημωt.Οι πηγές βρίσκονται της θέσεις Π$_1$(x=0) και Π$_2$(x=d).

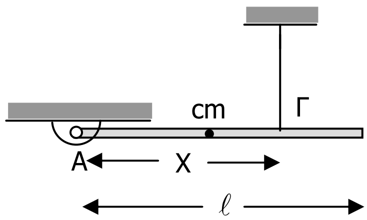


Μετά την συμβολή των παραγομένων κυμάτων, για της απομακρύνσεις από της θέσεις ισορροπίας της των σημείων Β $\left(x_B = \frac{d}{2} - \frac{\lambda}{2}\right)$και Γ $\left(x_\Gamma = \frac{d}{2} + \frac{\lambda}{2}\right)$ y_B και y_Γ αντίστοιχα ισχύει:

α. $y_B=y_\Gamma$ **β.** $y_B=-y_\Gamma$ **γ.** $y_B=y_\Gamma=0$ **(Μονάδες 3)**

Α$_2$.Να δικαιολογήσετε την απάντηση της. **(Μονάδες 5)**

Β$_1$.Η οριζόντια ομογενής ράβδος μάζας m του σχήματος με μήκος l=3m, ισορροπεί με το άκρο της Α να είναι συνδεδεμένο με άρθρωση σε ακλόνητο στήριγμα. Προσδένουμε την ράβδο με νήμα αμελητέας μάζας στο σημείο της Γ, όπως στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως της άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στο επίπεδο κίνησής της είναι $I_{cm}=\frac{1}{12}m\ell^2$.Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε



το νήμα. Αν θέλουμε η δύναμη από την άρθρωση πριν και αμέσως μετά την κοπή του νήματος και καθώς η ράβδος βρίσκεται ακόμη στην οριζόντια θέση ισορροπίας της ,να μην μεταβάλλεται, η απόσταση x του σημείου Γ από το Α πρέπει να είναι:

α. x=2,5m **β.**x=1,5m **γ.**x=2m **(Μονάδες 3)**

Β$_2$.Να δικαιολογήσετε την απάντηση της. **(Μονάδες 6)**

Γ$_1$.Σώμα μάζας m_1 και κινητικής ενέργειας Κ, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με κινούμενο σώμα μάζας m_2.Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Αν η απώλεια κινητικής ενέργειας κατά την κρούση είναι $\frac{4K}{3}$,το πηλίκο των μαζών των δύο σωμάτων είναι:

α. $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{3}$ **β.** $\frac{m_1}{m_2}=\frac{2}{3}$ **γ.** $\frac{m_1}{m_2}=\frac{3}{4}$ **(Μονάδες 3)**

Γ$_2$.Να δικαιολογήσετε την απάντηση της. **(Μονάδες 5)**

ΖΗΤΗΜΑ 3^o

Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 που απέχουν απόσταση d=0,9m,αρχίζουν τη χρονική στιγμή t=0 να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση y=0,02ημωt (S.I) σε διεύθυνση κατακόρυφη και δημιουργούν εγκάρσια αρμονικά κύματα στην οριζόντια επιφάνεια νερού. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι υ=0,4m/s και το πλάτος τους θεωρούμε ότι παραμένει σταθερό. Σε σημείο Σ της επιφάνειας του νερού υπάρχει μικρό κομμάτι φελλού που απέχει από της πηγές Π_1 και Π_2 αποστάσεις r_1 και r_2 αντίστοιχα. Το κύμα από την πηγή Π_2 χρειάζεται διπλάσιο χρόνο για να φθάσει στο Σ σε σχέση με το χρόνο που χρειάζεται το κύμα από την πηγή Π_1.Όταν το κύμα από την πηγή Π_2 φτάνει στο σημείο Σ, ο φελλός έχει εκτελέσει ακέραιο πλήθος πλήρων αρμονικών ταλαντώσεων. Η ταχύτητα του φελλού μηδενίζεται 20 φορές σε χρόνο 5s και μεταξύ του σημείου Σ και της μεσοκαθέτου στο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ υπάρχουν 3 υπερβολές ενισχυτικής συμβολής, να υπολογίσετε:

Α$_1$.τη συχνότητα f και το μήκος κύματος λ των κυμάτων που διαδίδονται στην επιφάνεια του νερού. **(Μονάδες 4)**

Α$_2$.τις αποστάσεις r_1 και r_2. **(Μονάδες 5)**

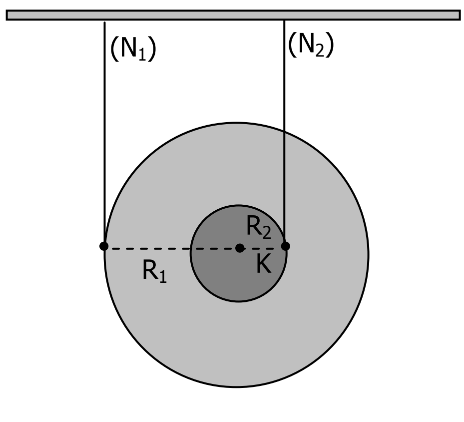
Α$_3$.το πλήθος των σημείων που βρίσκονται μεταξύ των πηγών Π_1 και Π_2 και στο ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ και ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος με το σημείο Σ. **(Μονάδες 6)**

Β.Αυξάνουμε σταδιακά την αρχική συχνότητα f ταλάντωσης των πηγών. Να βρείτε τη μικρότερη τιμή συχνότητας f′ (f′>f) για την οποία ο φελλός ακινητοποιείται. **(Μονάδες 5)**

Γ. Πάνω στην ευθεία $\Pi_1\Sigma$ βρίσκεται σημείο Ρ που απέχει από της πηγές Π_1 και Π_2 αποστάσεις $(\Pi_1 P)=r_3=0{,}6$m και$(\Pi_2 P)=r_4=1$m αντίστοιχα. Ποια η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Ρ και Σ, όταν η ταχύτητα του σημείου Ρ μηδενίζεται για δεύτερη φορά. **(Μονάδες 5)**

ΖΗΤΗΜΑ 4^o

Το στερεό σώμα του σχήματος αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους ακτίνων $R_1=9\cdot10^{-2}$m και $R_2=4\cdot10^{-2}$m που έχουν συνενωθεί και έχει μάζα Μ=5,2Kg.Η ροπή αδρανείας του στερεού σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι ίση με τη ροπή αδρανείας στοιχειώδους μάζας ίσης με αυτή του



στερεού που βρίσκεται σε απόσταση $r=6\cdot 10^{-2}$m από τον άξονα περιστροφής. Το στερεό ισορροπεί με την βοήθεια των κατακόρυφων αβαρών νημάτων (N_1) και (N_2) που είναι τυλιγμένα της περιφέρειες των κυλίνδρων.

Α. Να υπολογιστούν τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούν τα νήματα στο στερεό σώμα.

(Μονάδες 4)

B_1.Να βρείτε τη συνθήκη που πρέπει να ικανοποιούν οι τιμές των ακτίνων R_1 και R_2 και η απόσταση r ώστε όταν κόψουμε το νήμα (N_1) ή σε άλλη περίπτωση το νήμα (N_2), το στερεό σώμα σε κάθε περίπτωση να αποκτά την ίδια γωνιακή επιτάχυνση. Να θεωρήσετε ότι τα νήματα ξετυλίγονται χωρίς να ολισθαίνουν στους κυλίνδρους και παραμένουν διαρκώς κατακόρυφα. **(Μονάδες 5)**

B_2.Για της δοθείσες τιμές των R_1, R_2 και r να εξετάσετε εάν το στερεό σώμα αποκτά την ίδια γωνιακή επιτάχυνση ανεξάρτητα από το ποιο από τα νήματα (N_1) ή (N_2) θα κόψουμε. **(Μονάδες 3)**

Γ. Τη χρονική στιγμή t=0 κόβουμε το νήμα (N_1).Τη χρονική στιγμή t=1,3s για το στερεό σώμα να υπολογιστούν:

$Γ_1$.Η στροφορμή και η κινητική του ενέργεια. **(Μονάδες 4)**

$Γ_2$.Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας λόγω της μεταφορικής κίνησης, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας λόγω της περιστροφικής κίνησης και ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του στερεού σώματος. **(Μονάδες 6)**

Δ. Ποιο το (%) ποσοστό της ελάττωσης της δυναμικής ενέργειας του στερεού σώματος που αντιστοιχεί στην κινητική ενέργεια λόγω της περιστροφικής κίνησης κάθε χρονική στιγμή.
Δίνεται $g=10m/s^2$

(Μονάδες 3)

Το διαγώνισμα αφιερώνεται σε όσους μόχθησαν αυτήν τη χρονιά και συνοδεύεται από τις ευχές μου για «**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**» στις εξετάσεις.

Ξ. ΣΤΕΡΓΙΑΔΗΣ

ΛΥΣΕΙΣ

ΖΗΤΗΜΑ 1ο

1.γ **2.**δ **3.**α **4.**γ **5.α.**Σ , **β.**Λ , **γ.**Σ , **δ.**Λ , **ε.**Λ

ΖΗΤΗΜΑ 2ο

Α₁. α

Α₂. Οι εξισώσεις ταλάντωσης των σημείων Β και Γ μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων είναι:

$$y_B=2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{\left(\left(\frac{d}{2}-\frac{\lambda}{2}\right)-\left(d-(\frac{d}{2}-\frac{\lambda}{2})\right)\right)}{2\lambda}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{\left(\frac{d}{2}-\frac{\lambda}{2}\right)+\left(d-(\frac{d}{2}-\frac{\lambda}{2})\right)}{2\lambda}\right)\Rightarrow$$

$$y_B=2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(-\frac{1}{2}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d}{2\lambda}\right)=-2A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d}{2\lambda}\right) \quad (1)$$

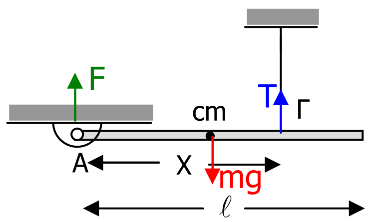
$$y_\Gamma=2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{\left(\left(\frac{d}{2}+\frac{\lambda}{2}\right)-\left(d-(\frac{d}{2}+\frac{\lambda}{2})\right)\right)}{2\lambda}\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{\left(\frac{d}{2}+\frac{\lambda}{2}\right)+\left(d-(\frac{d}{2}+\frac{\lambda}{2})\right)}{2\lambda}\right)$$

$$y_\Gamma=2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{1}{2}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d}{2\lambda}\right)=-2A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d}{2\lambda}\right) \quad (2)$$

Από (1) και (2) : $y_B=y_\Gamma$

Β₁. γ

Β₂. Η συνθήκη ισορροπίας της ράβδου $\Sigma\tau_{(\Gamma)}$ επιβάλλει η κατεύθυνση της δύναμης της άρθρωσης να είναι κατακόρυφη προς τα πάνω. $\Sigma\tau_{(\Gamma)}=0 \Rightarrow F\cdot x=mg(x-\frac{\ell}{2}) \Rightarrow F=\frac{mg(2x-\ell)}{2x}$ (1)



Όταν κόβουμε το νήμα:

$\Sigma F=ma \Rightarrow mg-F=ma \Rightarrow F=m(g-a)$ (2)

Όπου a=ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του κέντρου μάζας cm της ράβδου (Το γαρ της διατύπωσης του σχολικού βιβλίου επιβεβλημένο..., άλλως η επιτρόχιος επιτάχυνση του κέντρου μάζας $a_{\varepsilon_{(cm)}}=a$)

Με εφαρμογή του Θ. Steiner υπολογίζουμε την ροπή αδρανείας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Α:

$$I_{(A)}=\frac{1}{12}m\ell^2+m\frac{\ell^2}{4}=\frac{1}{3}m\ell^2$$

$$\Sigma\tau_{(A)}=I_{(A)}a_{\gamma\omega\nu}\Rightarrow mg\frac{\ell}{2}=\frac{1}{3}m\ell^2 a_{\gamma\omega\nu}\Rightarrow a_{\gamma\omega\nu}=\frac{3g}{2\ell} \quad (3)$$

$$\text{Αλλά } a_{\varepsilon_{(cm)}}=a=a_{\gamma\omega\nu}\frac{\ell}{2}\overset{(3)}{\Rightarrow}a_{\varepsilon_{(cm)}}=\frac{3g}{2\ell}\frac{\ell}{2}\Rightarrow a=\frac{3g}{4\ell} \quad (4)$$

Από (2) και (4): $F=\frac{Mg}{4}$ (5)

Επειδή θέλουμε η δύναμη της άρθρωσης μετά την κοπή του νήματος να μη μεταβάλλεται από (1) και (5):

$$\frac{mg(2x-\ell)}{2x}=\frac{mg}{4}\Rightarrow 4x\text{-}2\ell=x\Rightarrow x=\frac{2\ell}{3}\Rightarrow x=2m$$

Γ₁. α

Γ₂. Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu}=\vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}\Rightarrow \vec{P}_1+\vec{P}_2=\vec{0}\Rightarrow \vec{P}_1=-\vec{P}_2\Rightarrow \left|\vec{P}_1\right|=\left|\vec{P}_2\right|\Rightarrow m_1\upsilon_1-m_2\upsilon_2=0\Rightarrow \frac{m_1}{m_2}=\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\ (1)$$

$$\left|\Delta K\right|=K+K_2\Rightarrow \frac{4}{3}K=K+K_2\Rightarrow \frac{K}{3}=K_2\Rightarrow \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2=\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2\Rightarrow \frac{1}{3}\cdot\frac{m_1}{m_2}=\frac{\upsilon_2^2}{\upsilon_1^2}\overset{(1)}{\Rightarrow}\frac{1}{3}\cdot\frac{m_1}{m_2}=\frac{m_1^2}{m_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{3}$$

ΖΗΤΗΜΑ 3ο

Α₁. Επειδή σε κάθε αρμονική ταλάντωση η ταχύτητα μηδενίζεται δύο φορές σε χρόνο μιας περιόδου τα 5s αντιστοιχούν σε χρόνο 10 περιόδων. Άρα

$$f=\frac{N}{t}=\frac{10}{5}=2Hz.$$

Από τη Θεμελιώδη Εξίσωση της Κινηματικής: $\lambda=\frac{\upsilon}{f}=\frac{0,4}{2}=0,2m\ \ (1)$

Α₂. Επειδή το κύμα από την πηγή Π_2 χρειάζεται διπλάσιο χρόνο t_2 για να φτάσει στο Σ σε σχέση με το χρόνο t_1 που χρειάζεται το κύμα από την πηγή Π_1:

$$t_2=2t_1\Rightarrow \frac{r_2}{\upsilon}=2\frac{r_1}{\upsilon}\Rightarrow r_2=2r_1\ \ (2)$$

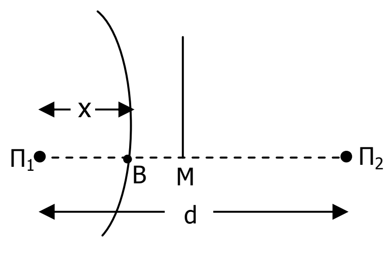
Επειδή μέχρι να συμβάλλει το κύμα από την πηγή Π_2 με το κύμα από την πηγή Π_1 στο Σ, ο φελλός εκτελεί ακέραιο πλήθος πλήρων αρμονικών ταλαντώσεων:

t_2-t_1=κT, όπου T= η περίοδος ταλάντωσης. Άρα $\frac{r_2}{\upsilon}-\frac{r_1}{\upsilon}=\kappa T\Rightarrow r_2-r_1=\kappa\lambda$. Το σημείο Σ ανήκει σε υπερβολή ενισχυτικής συμβολής και επειδή μεταξύ της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος ($\Pi_1\Pi_2$) και του σημείου Σ υπάρχουν 3 υπερβολές ενισχυτικής συμβολής, το Σ ανήκει στην υπερβολή ενισχυτικής συμβολής με κ=4,

άρα $r_2-r_1=4\lambda\overset{(1)}{\Rightarrow} r_2-r_1=0,8m\ \ (3)$

Από (2) και (3): $r_1=0,8m$ (4) και $r_2=1,6m$ (5)

Α₃. Επειδή το σημείο Σ ταλαντώνεται με πλάτος $A'_\Sigma=2A$ τα σημεία που αναζητούμε θα είναι τα σημεία στα οποία οι υπερβολές ενισχυτικής συμβολής τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα ($\Pi_1\Pi_2$). Έστω Β ένα από τα ζητούμενα σημεία (A'_B=2A) που απέχει από την πηγή Π_1 απόσταση x. Από τη συνθήκη ενισχυτικής συμβολής:



$$d\text{-}x\text{-}x=N\lambda\Rightarrow 2x=d\text{-}N\lambda\overset{(1)}{\Rightarrow}x=0,45-\frac{0,2}{2}N\ \ (6)\ \ N=0,1\ldots$$

$$0\le x\le d\overset{(6)}{\Rightarrow}0\le 0,45-0,1\kappa\le 0,9\Rightarrow -4,5\le\kappa\le 4,5\Rightarrow$$

κ=-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4

Άρα υπάρχουν 9 σημεία.

Β. Όταν ο φελός ακινητοποιείται στο σημείο Σ παρατηρείται αποσβεστική συμβολή, άρα $A'_{\Sigma}=0$:

$$r_2\text{-}r_1=(2\kappa+1)\frac{\lambda'}{2}\Rightarrow r_1=(2\kappa+1)\frac{\upsilon}{2f'}\Rightarrow f'=\frac{(2\kappa+1)\upsilon}{2r_1}\Rightarrow f'=\frac{(2\kappa+1)0{,}4}{2\cdot 0{,}8}\Rightarrow$$

$f'=\dfrac{2\kappa+1}{4}$ με κ=0,1,2… και f'>2Hz.

$$f'=\frac{2\kappa+1}{4}\ \begin{cases}\rightarrow \kappa=0:\ f'=0{,}25Hz \text{ απορρίπτεται}\\ \rightarrow \kappa=1:\ f'=0{,}75Hz \text{ απορρίπτεται}\\ \rightarrow \kappa=2:\ f'=1{,}25Hz \text{ απορρίπτεται}\\ \rightarrow \kappa=3:\ f'=1{,}75Hz \text{ απορρίπτεται}\\ \rightarrow \kappa=4:\ f'=2{,}25Hz\end{cases}$$

Επομένως η ελάχιστη τιμή συχνότητας είναι f'_{min}=2,25Hz.

2^{ος} τρόπος

$$f'=\frac{2\kappa+1}{4}>f=2\Rightarrow 2\kappa+1>8\Rightarrow \kappa>3{,}5\Rightarrow \kappa=4:\quad f'_{min}=2{,}25Hz$$

Γ. Το κύμα από την πηγή Π_1 φτάνει στο σημείο Ρ τη χρονική στιγμή $t_3=\dfrac{r_3}{\upsilon}=\dfrac{0{,}6}{0{,}4}=1{,}5s$ (7)

Αντίστοιχα το κύμα από την πηγή Π_2 φτάνει στο σημείο Ρ τη χρονική στιγμή

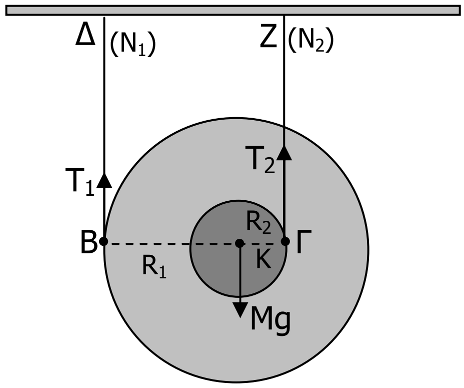
$t_4=\dfrac{r_4}{\upsilon}=\dfrac{1}{0{,}4}=2{,}5s$ (8)

Το σημείο Ρ μηδενίζει για δεύτερη φορά την ταχύτητά του μετά από χρόνο $\Delta t=\dfrac{3T}{4}$ μετά από την άφιξη του κύματος από την πηγή Π_1 τη χρονική στιγμή t_3. Άρα η χρονική στιγμή που μας ενδιαφέρει είναι $t=t_3+\dfrac{3T}{4}\overset{(7)}{\Rightarrow}t=1{,}5+\dfrac{3}{4f}\Rightarrow t=1{,}5+\dfrac{3}{4\cdot 2}\Rightarrow$ t=1,875s. Αυτή τη χρονική στιγμή το Σ είναι ακόμη ακίνητο διότι κανένα κύμα δεν έχει φτάσει ακόμα στο σημείο Σ, αφού $t_1=\dfrac{r_1}{\upsilon}\overset{(4)}{\Rightarrow}t_1=2s$ και $t_2=\dfrac{r_2}{\upsilon}\overset{(5)}{\Rightarrow}t_2=4s$, δηλαδή 1,875s<min(2s, 4s). Άρα $\Delta\varphi_{P\Sigma}=\varphi_P-\varphi_\Sigma=2\pi(\dfrac{t}{T}-\dfrac{r_3}{\lambda})-0\Rightarrow \Delta\varphi_{P\Sigma}=2\pi(1{,}875\cdot 2-\dfrac{0{,}6}{0{,}2})$

$\Rightarrow \Delta\varphi_{P\Sigma}=\dfrac{3\pi}{2}rad$

ΖΗΤΗΜΑ 4ο

Α. Από την ισορροπία του στερεού σώματος:



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 + T_2 = Mg$ (1)

$\Sigma\tau_{(\kappa)} = 0 \Rightarrow T_1R_1 = T_2R_2 \Rightarrow T_2 = \dfrac{T_1R_1}{R_2}$ (2)

Από (1) $\overset{(2)}{\Rightarrow} T_1 + T_1\dfrac{R_1}{R_2} = Mg \Rightarrow T_1\left(1+\dfrac{R_1}{R_2}\right) = Mg \Rightarrow T_1 = \dfrac{MgR_2}{R_1+R_2} \Rightarrow$

$T_1 = 16N$ (3)

Από τη (2) $\overset{(3)}{\Rightarrow} T_2 = 36N$

Β₁. Όταν κόβουμε το νήμα (N_1):
Επειδή το σημείο Γ του νήματος (N_2) πρέπει να έχει την ίδια ταχύτητα με το ακίνητο σημείο Ζ, $\upsilon_\Gamma = \upsilon_Z = 0$. Επειδή όμως στο σημείο Γ το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου $\upsilon_{cm} = \upsilon_{\gamma\rho} \Rightarrow \dfrac{d\upsilon_{cm}}{dt} = \dfrac{d\upsilon_{\gamma\rho}}{dt} \Rightarrow a_{cm_2} = \dfrac{d(\omega R_2)}{dt} \Rightarrow$

$a_{cm_2} = \alpha_{\gamma\omega\nu}R_2$ (4)

Με εφαρμογή του Θεμελιώδους Νόμου της Μηχανικής για τη μεταφορική και τη στροφική κίνηση του στερεού αντίστοιχα έχουμε:

$\Sigma F = Ma_{cm_2} \Rightarrow Mg - T_2 = M\alpha_{\gamma\omega\nu_2}R_2$ (5)

$\Sigma\tau_{(\kappa)} = I_\kappa \alpha_{\gamma\omega\nu_2} \Rightarrow T_2R_2 = Mr^2\alpha_{\gamma\omega\nu_2} \Rightarrow T_2 = Mr^2\dfrac{\alpha_{\gamma\omega\nu_2}}{R_2}$ (6)

Από (5) και (6): $Mg = M\alpha_{\gamma\omega\nu_2}R_2 + \dfrac{Mr^2}{R_2}\alpha_{\gamma\omega\nu_2} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu_2} = \dfrac{g}{R_2 + \dfrac{r^2}{R_2}} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu_2} = \dfrac{gR_2}{R_2^2 + r^2}$ (7)

Αντίστοιχα όταν κόβουμε το νήμα (N_2):
Επειδή το σημείο Β του νήματος (N_1) πρέπει να έχει την ίδια ταχύτητα με το ακίνητο σημείο Δ, $\upsilon_B = \upsilon_\Delta = 0$. Επειδή όμως στο σημείο Β το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου $\upsilon_{cm} = \upsilon_{\gamma\rho} \Rightarrow \dfrac{d\upsilon_{cm}}{dt} = \dfrac{d\upsilon_{\gamma\rho}}{dt} \Rightarrow a_{cm_1} = \dfrac{d(\omega R_1)}{dt} \Rightarrow$

$a_{cm_1} = \alpha_{\gamma\omega\nu}R_1$ (8)

Με εφαρμογή του Θεμελιώδους Νόμου της Μηχανικής για τη μεταφορική και τη στροφική κίνηση του στερεού αντίστοιχα έχουμε:

$\Sigma F = Ma_{cm_1} \Rightarrow Mg - T_1 = Ma_{cm_1} \Rightarrow Mg - T_1 = M\alpha_{\gamma\omega\nu_1}R_1$ (9)

$\Sigma\tau_{(\kappa)} = I_\kappa \alpha_{\gamma\omega\nu_1} \Rightarrow T_1R_1 = Mr^2\alpha_{\gamma\omega\nu_1} \Rightarrow T_1 = Mr^2\dfrac{\alpha_{\gamma\omega\nu_1}}{R_1}$ (10)

Από (9) και (10):

$Mg = M\alpha_{\gamma\omega\nu_1}R_1 + \dfrac{Mr^2}{R_1}\alpha_{\gamma\omega\nu_1} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu_1} = \dfrac{g}{R_1 + \dfrac{r^2}{R_1}} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu_1} = \dfrac{gR_1}{R_1^2 + r^2}$ (11)

Για να έχουμε σε κάθε περίπτωση την ίδια γωνιακή επιτάχυνση: $\alpha_{γων_1}=\alpha_{γων_2} \overset{(7)}{\underset{(11)}{\Rightarrow}}$

$$\frac{gR_1}{R_1^2+r^2}=\frac{gR_2}{R_2^2+r^2} \Rightarrow R_1R_2^2+R_1r^2=R_1^2R_2+R_2r^2 \Rightarrow R_1R_2(R_2-R_1)=r^2(R_2-R_1) \Rightarrow \boxed{r^2=R_1R_2}$$

Β₂. Από την τελευταία σχέση και για τα αριθμητικά δεδομένα που δίνονται έχουμε: $r^2=R_1R_2 \Rightarrow 6^2\cdot 10^{-4}=9\cdot 10^{-2}\cdot 4\cdot 10^{-2}$. Άρα το στερεό θα αποκτά την ίδια γωνιακή επιτάχυνση οποιοδήποτε νήμα και αν κόψουμε.

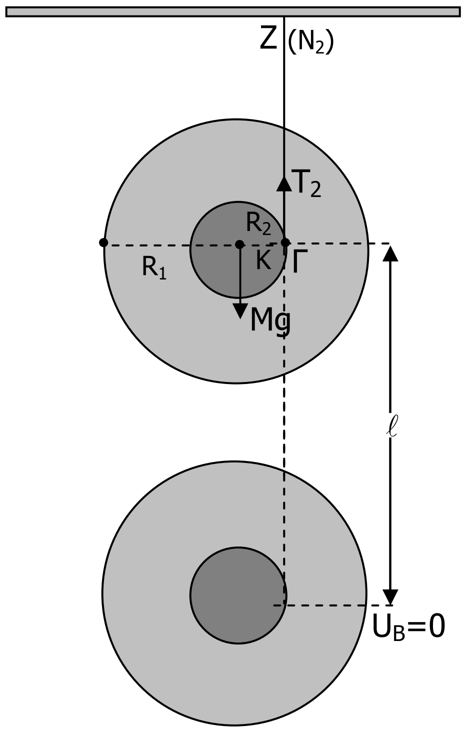
Γ₁. Η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού δίνεται από τη σχέση (7) ή (11) και είναι

$$\alpha_{γων_2}=\frac{gR_2}{R_2^2+r^2}=\alpha_{γων_1}=\alpha_{γων}=\frac{1000}{13}\text{rad/s}^2 \ (12)$$

Η στροφορμή του στερεού είναι:

$$L=I\omega=Mr^2\alpha_{γων}t \overset{(12)}{=} 5{,}2\cdot 36\cdot 10^{-4}\frac{10^3}{13}1{,}3=52\cdot 36\frac{10^{-2}}{10}=1{,}872\text{kg}\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Επειδή η δύναμη του νήματος T_2 δεν παράγει έργο, διότι το σημείο εφαρμογής της είναι κάθε στιγμή ακίνητο και το βάρος είναι συντηρητική δύναμη, η μηχανική ενέργεια του στερεού σώματος καθώς κατέρχεται στρεφόμενο διατηρείται σταθερή.



$$K=\Delta U \Rightarrow K=Mg\ell \Rightarrow K=Mg\frac{1}{2}a_{cm_2}t^2=Mg\frac{1}{2}\alpha_{γων}R_2t^2 \overset{(12)}{=} 135{,}2\text{J}$$

Γ₂. $\frac{dL}{dt}=I\alpha_{γων}=Mr^2\alpha_{γων} \overset{(12)}{=} 1{,}44\text{kg}\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$

Γ₃. Οι ζητούμενοι ρυθμοί είναι:

$$\frac{dK_\mu}{dt}=\Sigma F\upsilon_{cm_2}=Ma_{cm_2}\upsilon_{cm_2}=Ma_{cm}^2t=M\alpha_{γων}^2R_2^2t \overset{(12)}{=} 64\text{J/s}$$

$$\frac{dK_{στ}}{dt}=\Sigma\tau\cdot\omega=I\alpha_{γων}\omega=I\alpha_{γων}^2t=Mr^2\alpha_{γων}^2t \overset{(12)}{=} 144\text{J/s}$$

$$\frac{\Delta U_\beta}{\Delta t}=-\frac{dW_W}{dt}=-Mg\upsilon_{cm_2}=-Mga_{cm_2}t=-Mg\alpha_{γων}R_2t \overset{(12)}{=} -208\text{J/s}$$

Δ. $(\pi_1\%)=\frac{K_{στ}}{\Delta U}100\%=\frac{\frac{1}{2}I\omega^2}{Mg\ell}100\%=\frac{\omega^2r^2}{2g\ell}100\%=\frac{\alpha_{γων}^2r^2t^2}{2g\frac{1}{2}\alpha_{γων}R_2t^2}100\%=\frac{\alpha_{γων}r^2}{gR_2}100\% \overset{(12)}{=} 69{,}23\%$

Ξ. Στεργιάδης