ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΥΜΑΤΩΝ ΑΠΟ ΠΗΓΕΣ ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ.

Ο στόχος αυτής της ανάρτησης δεν είναι να παρουσιάσει το θέμα της επιφανειακής συμβολής εκτός των ορίων της διδακτέας ύλης που περιορίζεται στη μελέτη της συμβολής κυμάτων που προέρχονται από σύγχρονες πηγές, αλλά να θέσει θέμα με το εάν ασκήσεις όπως οι 2.47 (σελ 83) και 2.52 (σελ 84-85) που περιέχονται στο σχολικό βιβλίο ,αντιστοιχούν στη θεωρία άρα και αποτελούν εν δυνάμει αντικείμενο εξέτασης.

Ας υποθέσουμε ότι τα κύματα που συμβάλλουν στην επιφάνεια του υγρού προέρχονται από πηγές που **δεν είναι σύγχρονες** , δηλαδή οι ταλαντώσεις που εκτελούν έχουν την ίδια συχνότητα και παρουσιάζουν σταθερή διαφορά φάσης φ_0 που μπορεί να οφείλεται στο ότι οι δύο πηγές Π_1 και Π_2 δεν αρχίζουν να ταλαντώνονται ταυτόχρονα αλλά με χρονική διαφορά $\Delta t=\tau$ οπότε $y_1=A\eta\mu(\omega t)$ και $y_2=A\eta\mu\omega(t+\tau) \Rightarrow y_2 = A\eta\mu(\omega t+\omega\tau)$.Δηλαδή οι πηγές παρουσιάζουν σταθερή διαφορά φάσης $\varphi_0=\omega\tau=\frac{2\pi}{T}\cdot\tau$. Οι εξισώσεις των δύο αρμονικών κυμάτων που αυτές παράγουν στην επιφάνεια του υγρού αντίστοιχα είναι:

$y_1=A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1}{\lambda}\right)$ (1) και $y_2=A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_2}{\lambda}+\frac{\varphi_0}{2\pi}\right)$ (2), τότε η εξίσωση y(t) της απομάκρυνσης ενός σημείου της επιφάνειας του υγρού μετά την συμβολή των δύο κυμάτων τροποποιείται ως εξής:

Εφαρμόζουμε την αρχή της επαλληλίας για την απομάκρυνση ενός σημείου της επιφάνειας του υγρού μετά την συμβολή των δύο κυμάτων: $y = y_1 + y_2 \underset{(2)}{\overset{(1)}{\Rightarrow}}$

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1}{\lambda}\right) + A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_2}{\lambda}+\frac{\varphi_0}{2\pi}\right) \Rightarrow$$

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{2}\left(\frac{r_2}{\lambda}-\frac{r_1}{\lambda}-\frac{\varphi_0}{2\pi}\right)\eta\mu\frac{2\pi}{2}\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1}{\lambda}+\frac{t}{T}-\frac{r_2}{\lambda}+\frac{\varphi_0}{2\pi}\right)$$

$$\Rightarrow y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r_1-r_2}{2\lambda}+\frac{\varphi_0}{4\pi}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}+\frac{\varphi_0}{4\pi}\right)$$

Το πλάτος της συνιστάμενης ταλάντωσης είναι $|A'| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r_1-r_2}{2\lambda}+\frac{\varphi_0}{4\pi}\right)\right|$ και οι συνθήκες για ενισχυτική ή αποσβεστική συμβολή εξαρτώνται από τη διαφορά φάσης $\hat{\varphi}_0$ των δύο ταλαντώσεων.

Για παράδειγμα: Αν $\hat{\varphi}_0 = \pi$ rad: $y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r_1-r_2}{2\lambda}+\frac{1}{4}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}+\frac{1}{4}\right)$ (3).

$$\text{Αν} |A'| = 2A \overset{(3)}{\Rightarrow} \sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r_1-r_2}{2\lambda}+\frac{1}{4}\right) = \pm 1 \Rightarrow 2\pi\left(\frac{|r_1-r_2|}{2\lambda}+\frac{1}{4}\right) = \kappa\pi \Rightarrow \frac{|r_1-r_2|}{\lambda}+\frac{1}{2} = \kappa \Rightarrow$$

$|r_1-r_2| = \kappa\lambda - \frac{\lambda}{2} \Rightarrow |r_1-r_2| = (2\kappa-1)\frac{\lambda}{2}$ με κ=1,2… **(Συνθήκη ενισχυτικής συμβολής)**

$$\text{Αν } |A'| = 0 \overset{(3)}{\Rightarrow} \sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{|r_1-r_2|}{2\lambda}+\frac{1}{4}\right) = 0 \Rightarrow 2\pi\left(\frac{|r_1-r_2|}{2\lambda}+\frac{1}{4}\right) = \kappa\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{|r_1-r_2|}{\lambda}+\frac{1}{2} = \kappa+\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$|r_1-r_2| = 2\kappa\frac{\lambda}{2}$ με κ=0,1,2… **(Συνθήκη αποσβεστικής συμβολής)**

Στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος ($Π_1Π_2$) όπου $r_1=r_2$, παρατηρούμε ότι έχουμε αποσβεστική συμβολή.

ΣΧΟΛΙΟ

Αν ασκήσεις όπως οι προαναφερθείσες του σχολικού βιβλίου είναι στην εξεταστέα ύλη ,τότε είναι και η περίπτωση που περιγράφω στο προηγούμενο παράδειγμα. Σ' αυτήν την περίπτωση ο υποψήφιος θα πρέπει να χρησιμοποιήσει ακριβώς αντίθετες συνθήκες για την ενισχυτική ή αποσβεστική συμβολή σε σχέση με αυτές που περιέχει η θεωρία του σχολικού του βιβλίου …

Σε σχέση με την άσκηση 2.47 (σελ 83) του σχολικού βιβλίου.

Η πιο συνηθισμένη απορία που δέχομαι είναι " που είναι η δεύτερη πηγή ;"

Θα επιχειρήσω να παρουσιάσω το θέμα με δυο διαφορετικούς τρόπους .Ο 1ος τρόπος έχει να κάνει με όσα προαναφέρθηκαν για τη συμβολή κυμάτων που προέρχονται από πηγές που δεν είναι σύγχρονες και ο 2ος τρόπος αποτελεί αντιμετώπιση του φαινομένου της συμβολής ως εφαρμογής της σύνθεσης αρμονικών ταλαντώσεων .

1ος τρόπος

Ορίζουμε ως t=0 τη χρονική στιγμή που αρχίζει να ταλαντώνεται η πηγή Π.Το αρμονικό κύμα που αυτή παράγει στη διεύθυνση ΠΑ διαδίδεται με ταχύτητα μέτρου υ και φθάνει στο Α τη χρονική στιγμή $t=\dfrac{(ΠΑ)}{υ}$ (1).Θεωρούμε ότι το κύμα ανακλάται στο Α χωρίς απώλειες ενέργειας (ήδη έχουμε θεωρήσει ότι τα επιφανειακά κύματα διαδίδονται διατηρώντας το πλάτος τους σταθερό) με αποτέλεσμα το σημείο Α να καθίσταται δευτερογενώς πηγή παραγωγής κύματος πλάτους Α , της ίδιας συχνότητας f και του ίδιου μήκους κύματος με αυτό που παράγει η Π. Επομένως στο Σ συμβάλλουν δύο κύματα από δύο "διαφορετικές πηγές" που **<u>δεν είναι σύγχρονες</u>** και ταλαντώνονται με εξισώσεις $y_Π=Αημωt$ (2) και $y_Α=Αημω(t-t_{ΟΑ}) \overset{(1)}{\Rightarrow}$

$y_Α=Αημω\left(t-\dfrac{(ΠΑ)}{υ}\right)$ (3).

Από το ορθογώνιο τρίγωνο $\overset{\Delta}{ΠΟΑ}$ (σχήμα 2.56 σελ 83) έχουμε :

$$(ΠΑ)=(ΑΣ)=\sqrt{H^2+\frac{a^2}{4}}\ (4).\text{Από } (3) \overset{(4)}{\Rightarrow} y_Α=Αημ\ ω\left(t-\frac{\sqrt{H^2+\frac{a^2}{4}}}{υ}\right)\ (5)$$

Το κύμα που παράγει η πηγή Π προκύπτει από τη (2) και είναι της μορφής :

$$y_1=Αημω\left(t-\frac{r_1}{υ}\right) \Rightarrow y_1=Αημ2π\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1}{λ}\right)\ (6).$$

Το κύμα που παράγει η πηγή Α προκύπτει από τη (5) και είναι της μορφής :

$$y_2=Αημω\left[\left(t-\frac{\sqrt{H^2+\frac{a^2}{4}}}{υ}\right)-\frac{r_2}{υ}\right] \Rightarrow y_2=Αημ2π\left(\frac{t}{T}-\frac{\sqrt{H^2+\frac{a^2}{4}}}{λ}-\frac{r_2}{λ}\right)\ (7)$$

Όταν τα κύματα συμβάλλουν στο Σ , από την αρχή της επαλληλίας έχουμε

$$y_Σ=y_1+y_2 \underset{(7)}{\overset{(6)}{\Longrightarrow}} y_Σ=\quad Αημ2π\left(\frac{t}{T}-\frac{(ΠΣ)}{λ}\right)+Αημ2π\left(\frac{t}{T}-\frac{\sqrt{H^2+\frac{a^2}{4}}}{λ}-\frac{(ΑΣ)}{λ}\right)\overset{(4)}{\Rightarrow}$$

$$y_\Sigma=A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{\alpha}{\lambda}\right)+A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda}-\frac{\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda}\right)\Rightarrow$$

$$y_\Sigma=A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{\alpha}{\lambda}\right)+A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{2\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda}\right)\Rightarrow$$

$$y_\Sigma=2A\,\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda}-\frac{\alpha}{2\lambda}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{\alpha}{2\lambda}+\frac{\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda}\right)$$

Από την τελευταία σχέση το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Σ είναι:

$$\left|A_\Sigma'\right|=2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda}-\frac{\alpha}{2\lambda}\right)\right| \quad (8)$$

Στο σημείο Σ θα παρατηρείται αποσβεστική συμβολή

$$\text{όταν}\left|A_\Sigma'\right|=0\overset{(8)}{\Rightarrow}\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda}-\frac{\alpha}{2\lambda}\right)\right|=0\Rightarrow 2\pi\left(\frac{\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda}-\frac{\alpha}{2\lambda}\right)=\kappa\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow$$

$$2\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}-\alpha=\kappa\lambda+\frac{\lambda}{2}\quad \text{με } \kappa=0,1,2\ldots(9)$$

Μετά τη μετακίνηση του ανακλαστήρα κατά d στη θέση A_1 για να παρατηρείται στη θέση Σ για πρώτη φορά ενισχυτική συμβολή , θα πρέπει $\left|A_\Sigma'\right|=2A$ με $H\rightarrow H+d$ και $\kappa\rightarrow\kappa+1$ διότι η πρώτη ενισχυτική μετά την κ τάξης αποσβεστική είναι η(κ+1) τάξης ενισχυτική .Από την (8):

$$\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{\sqrt{(H+d)^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda}-\frac{\alpha}{2\lambda}\right)\right|=1\Rightarrow 2\pi\left(\frac{\sqrt{(H+d)^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda}-\frac{\alpha}{2\lambda}\right)=(\kappa+1)\pi\Rightarrow$$

$2\sqrt{(H+d)^2+\frac{\alpha^2}{4}}-\alpha=\kappa\lambda+\lambda$ με κ=0,1,2…((10).Με αφαίρεση των (10) και (9) έχουμε:

$$\lambda=4\left(\sqrt{(H+d)^2+\frac{\alpha^2}{4}}-\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}\right)\Rightarrow\lambda=2\left(\sqrt{4(H+d)^2+\alpha^2}-\sqrt{4H^2+\alpha^2}\right).$$

2ος τρόπος

Τα προερχόμενα από τις πηγές Π και Α κύματα παρουσιάζουν στο Σ διαφορά φάσης

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{\alpha}{\upsilon}\right)-\frac{2\pi}{T}\left[\left(t-\frac{\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\upsilon}\right)-\frac{\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\upsilon}\right]\Rightarrow\Delta\varphi=2\pi\left(2\frac{\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda}-\frac{\alpha}{\lambda}\right)\ (11)$$

Από τη σχέση του πλάτους της αρμονικής ταλάντωσης που προκύπτει από τη σύνθεση αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης και ίδιας συχνότητας:

$$|A_\Sigma'| = \sqrt{A^2 + A^2 + 2A\cdot A\sigma\upsilon\nu\Delta\varphi} \Rightarrow |A_\Sigma'| = \sqrt{2A^2\left[1 + 2\sigma\upsilon\nu^2(\frac{\Delta\varphi}{2}) - 1\right]} \Rightarrow$$

$$|A_\Sigma'| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu(\frac{\Delta\varphi}{2})\right| \overset{(11)}{\Rightarrow} |A_\Sigma'| = 2A\left|\sigma\upsilon\nu\pi(2\frac{\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda} - \frac{\alpha}{\lambda})\right|$$

Όταν στο σημείο Σ παρατηρείται η κ τάξης αποσβεστική συμβολή : $|A_\Sigma'| = 0 \Rightarrow$

$$\left|\sigma\upsilon\nu\pi(2\frac{\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda} - \frac{\alpha}{\lambda})\right| = 0 \Rightarrow \pi(2\frac{\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda} - \frac{\alpha}{\lambda}) = \kappa\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$2\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}} - \alpha = \kappa\lambda + \frac{\lambda}{2} \quad \mu\varepsilon\ \kappa=0,1,2\ldots(12)$$

Μετά τη μετακίνηση του ανακλαστήρα κατά d στη θέση A_1 για να παρατηρείται στη θέση Σ για πρώτη φορά ενισχυτική συμβολή , θα πρέπει $|A_\Sigma'| = 2A$ με $H \to H+d$ και $\kappa \to \kappa+1$ διότι η πρώτη ενισχυτική μετά την κ τάξης αποσβεστική είναι η (κ+1) τάξης ενισχυτική.

$$|A_\Sigma'| = 2A \Rightarrow \left|\sigma\upsilon\nu\pi(2\frac{\sqrt{(H+d)^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda} - \frac{\alpha}{\lambda})\right| = 1 \Rightarrow \pi(2\frac{\sqrt{(H+d)^2+\frac{\alpha^2}{4}}}{\lambda} - \frac{\alpha}{\lambda}) = (\kappa+1)\pi \Rightarrow$$

$$2\sqrt{(H+d)^2+\frac{\alpha^2}{4}} - \alpha = \kappa\lambda + \lambda \quad \mu\varepsilon\ \kappa=0,1,2\ldots(13)$$

Με αφαίρεση των (13) και (12) έχουμε: $2\sqrt{(H+d)^2+\frac{\alpha^2}{4}} - 2\sqrt{H^2+\frac{\alpha^2}{4}} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$

$\lambda = 2(\sqrt{4(H+d)^2+\alpha^2} - \sqrt{4H^2+\alpha^2})$.

ΣΧΟΛΙΟ

Ο 2ος τρόπος είναι συντομότερος και ανάγει το πρόβλημα σε υπολογισμό απλά της διαφοράς φάσης μεταξύ των δύο ταλαντώσεων που μεταφέρουν τα κύματα στο σημείο Σ, αν και ουσιαστικά και οι δύο τρόποι έχουν να κάνουν με το ότι η διαφορά φάσης στο σημείο Σ είναι άθροισμα δύο διαφορετικών "ειδών" διαφοράς φάσης, της διαφοράς φάσης που οφείλεται στο ότι οι πηγές Π και Α δεν ξεκινούν ταυτόχρονα την ταλάντωσή τους και αυτής που οφείλεται στο ότι το Σ απέχει διαφορετικές αποστάσεις από τα Π και Α. Αυτή η δεύτερη διαφορά φάσης θα υπήρχε ακόμα και αν οι πηγές ήταν σύγχρονες.

Ξ. Στεργιάδης